CC30b - Guía 8

14 de Noviembre

1 Decidibilidad

1. Un *autómata finito universal* es un autómata finito que recibe como entrada la codificación de un autómata finito y la de una cadena de entrada, es decir $\rho(M)\rho(w)$, y se comporta sobre $\rho(w)$ igual que como lo haría M. Explique por qué no puede existir un autómata finito universal.

2. Muestre que la unión y la intersección de lenguajes Turing-aceptables es Turing-aceptable (aunque no el complemento, como vimos).

3. Muestre que la unión, intersección, complemento, concatenación y clausura $*$ de lenguajes Turing-decidibles es Turing-decidible.

4. Muestre que cualquier conjunto finito es Turing-decidible.

5. Muestre que L es Turing-aceptable si y sólo si, para alguna MTND M, $L = \{w \in \Sigma^* \;/\; (s, \underline{\#}) \rightarrow_M^* (h, \#w\underline{\#})\}$, donde s es el estado inicial de M.

6. Sea Σ un alfabeto que no contiene la letra c. Suponga que $L \subseteq \{w_1 c w_2 \;/\; w_1, w_2 \in \Sigma^*\}$ es Turing-aceptable. Muestre que $L' = \{w_1 / \exists w_2 \;/\; w_1 c w_2 \in L\}$ es Turing-aceptable. Si L es decidible, necesariamente L' es decidible?

7. Suponga que, para ahorrar espacio, quiere construir un algoritmo que minimice máquinas de Turing: data una MT M, genera otra que hace lo mismo pero tiene el menor número posible de estados. Dentro de las que tienen el menor número de estados, devuelve la que genera, lexicográficamente, la menor representación $\rho(M')$. Muestre que tal algoritmo no puede existir.

8. Cuáles de los siguientes problemas problemas se pueden resolver por algoritmo y cuáles no? Explique.

   (a) Dadas M y w, determinar si M alguna vez alcanza el estado q al ser arrancada sobre w a partir del estado s.

   (b) Dadas M, w y un símbolo $a \in \Sigma$, determinar si M alguna vez escribe el símbolo a en la cinta, al ser arrancada sobre w a partir del estado s.

   (c) Dadas M_1 y M_2, determinar si hay una cadena w en la cual ambas paran.

   (d) Dada M, determinar si el lenguaje aceptado por M es finito.

   (e) Dada M, determinar si alguna vez mueve el cabezal hacia la izquierda.