

## Guía de Ejercicios CC20B Lógica

1. Defina el largo de una fórmula como el número de símbolos que la forman. Demostrar que existen fórmulas de todos los largos.
2. Supongamos que si  $F$  es una fórmula, también  $(F)$  es una fórmula (es decir, puede haber paréntesis superfluos). Eliminar cuantos paréntesis sean posibles de las siguientes fórmulas:
  - (a)  $((((A \rightarrow B) \rightarrow (C \rightarrow D)) \wedge (\neg A)) \vee C)$
  - (b)  $((\neg(\neg(\neg(B \vee C)))) \rightarrow (B \rightarrow C))$
  - (c)  $((A \wedge (\neg B)) \wedge C) \vee D)$
3. Sea  $M(x, y, z)$  una conectiva booleana ternaria cuyo significado es “mayoría”, es decir,  $v(M(p, q, r)) = 1$  ssi a la mayoría (dos o más) de  $v(p), v(q), v(r)$  tiene valor 1.
  - (a) Escribir la tabla de verdad para  $M$ .
  - (b) Escribir la regla que le falta al método del tableau para  $M$ .
  - (c) Escribir una regla del sistema de deducción natural que agregue  $M$  a la izquierda, y otra regla que agregue  $M$  a la derecha.
  - (d) Escriba las conectivas  $\wedge, \vee$  y  $\rightarrow$  en función de  $M$  y  $\neg$ . ¿Es posible?
4. Demostrar que la conectiva  $\neg$  no se puede expresar sólo con las dos conectivas  $\wedge, \rightarrow$ . (es decir, no hay ninguna fórmula construída sólo con los conectivos  $\wedge$  e  $\rightarrow$  que sea lógicamente equivalente a  $\neg p$ ).
5. Suponga que  $v(A \rightarrow B) = 1$ . ¿Que se puede deducir acerca del valor de verdad de: (a)  $(A \vee C) \rightarrow (B \vee C)$ ; (b)  $(A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C)$ ; (c)  $(\neg A \wedge B) \rightarrow (A \vee B)$ ?
6. Sea  $F$  una fórmula y  $v_1, v_2$  dos asignaciones de verdad tales que  $v_1(p) = v_2(p)$  para toda letra proposicional  $p$  que ocurre en  $F$ . Demostrar que  $v_1(F) = v_2(F)$ .

7. Determinar si las siguientes fórmulas son tautologías:

(a)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$

(b)  $\neg(p \wedge (\neg p \wedge q))$

(c)  $(p \vee q \vee r) \rightarrow (\neg p \rightarrow ((q \vee r) \wedge \neg p))$

(d)  $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q) \wedge (s \rightarrow q)) \rightarrow ((p \wedge r \wedge \neg s) \rightarrow q)$

(e)  $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \wedge (t \rightarrow u)) \rightarrow ((p \wedge r \wedge t) \rightarrow (q \wedge s \wedge u))$

8. Sea  $F$  una fórmula que contiene  $n$  variables proposicionales. ¿cuántas asignaciones de verdad se deben considerar para determinar si  $F$  es una tautología? ¿Cuántas para determinar si  $F$  es satisfacible? (peor caso y mejor caso).

9. Determinar cuáles de las siguientes fórmulas son consecuencia lógica de  $(A \vee B)$ :

(a)  $(\neg A \vee B)$ ; (b)  $(A \rightarrow B)$ ; (c)  $(\neg B \rightarrow \neg A)$ .

10. Encontrar una fórmula en forma normal conjuntiva equivalente a:

(a)  $p \rightarrow ((q \wedge \neg p) \rightarrow r)$

(b)  $p \vee ((q \wedge p) \rightarrow \neg(q \rightarrow \neg p))$

(c)  $p \leftrightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))$

11. Para cada una de las tautologías del ítem 7, demuéstrela usando deducción natural.