CC40A: Diseño y Análisis de Algoritmos
Tarea 1

Profesor: Ricardo Baeza Yates
Prof. Auxiliar: Rodrigo Paredes

Plazo de entrega: 2 de Mayo

P1 (2 ptos.)

i) Demuestre, usando inducción, que

$$\sum_{1 \leq j < n} \lfloor \log_2 (j+1) \rfloor = (n+1)\lfloor \log_2 n \rfloor - 2^{\lfloor \log n \rfloor + 1} + 2$$

ii) Resuelva la siguiente recurrencia:

$$f(x) = f(x/2) + \log_2 x, \quad f(2) = 1$$

P2 (2 ptos.)

Considere el problema de encontrar los dos mayores elementos de un conjunto:

a) Escriba un algoritmo eficiente para resolver este problema e indique el número de comparaciones que realiza en el peor caso. Trate de balancear el número de comparaciones en la que participa cada elemento.

b) Encuentre una cota inferior para algoritmos que usan comparaciones usando la técnica del adversario. ¿Es su algoritmo óptimo?

P3 (2 ptos.)

Implemente tres variantes para calcular números de Fibonacci vistas en clases: (a) versión recursiva, (b) Usando los dos últimos valores, y (c) usando el cálculo de una matriz elevada a un exponente. Haga un gráfico en función de n del tiempo e indique que algoritmo es el mejor en función de n. Si el tiempo es muy pequeño, invoque a la función un número grande de veces y luego divida el tiempo por ese número. Indique claramente el lenguaje y computador usado, pues los resultados serán dependientes de la implementación. Además del gráfico y el análisis del mismo, incluya un listado de su programa.