

C. INDICADORES DE EVALUACION DE PROYECTOS

1. Matemáticas Financieras

1.1 Interés simple e interés compuesto

- *Interés simple* es aquel que se calcula siempre sobre el capital original, y por tanto excluye intereses sobre intereses devengados.
- *Interés compuesto* es aquel que se calcula sobre el capital adeudado, en donde los intereses devengados y no pagados incrementan el capital original.
- Una tasa mensual de 1% no es equivalente a una tasa anual de 12%, a menos que se especifique *interés simple*. La tasa *compuesta* equivale a 1,01 elevado a 12, menos la unidad, es decir, 12,68%.

Si se deposita una cantidad C , los intereses ganados al cabo de n años serán iguales a:

- Con interés simple:

$$\text{Intereses} = C \times r_a^s \times n$$

Donde r_a^s es la tasa de interés anual simple

- Con interés compuesto:

$$\text{Intereses} = C[(1 + r_a^c)^n - 1]$$

Donde r_a^c es la tasa de interés anual compuesta

$$(1 + r_a^c) = (1 + r_m^c)^{12}$$

1.2 Valor futuro y valor presente

- Si una persona invierte una cantidad P a una tasa r durante un período ¿qué cantidad tendrá al término del período?

$F1 = P(1+r)$, que se conoce como el valor futuro

- Si la invierte por n períodos, el valor futuro será

$$F_n = P(1+r)^n$$

- Una persona recibirá una cantidad $F1$ al cabo de un año ¿qué cantidad hoy sería equivalente a $F1$ dentro de 1 año?

$$F1 = X(1+r)$$

$$X = \text{Valor Presente} = VP1 = F1/(1+r)$$

- Si la cantidad se recibe en n períodos más:

$$VP_n = \frac{F_n}{(1+r)^n}$$

- Un caso más general es cuando se reciben n flujos, uno al final de cada período:

$$VP = \frac{F_1}{(1+r)} + \frac{F_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{F_n}{(1+r)^n}$$

$$VP = \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{(1+r)^t}$$

- El caso más general es cuando las tasas de interés cambian en cada período. Si las tasas para cada período son $r_{0,1}$; $r_{1,2}$; $r_{2,3}$; etc., entonces:

$$VP = \frac{F_1}{(1+r_{0,1})} + \frac{F_2}{(1+r_{0,1})(1+r_{1,2})} + \dots + \frac{F_n}{(1+r_{0,1})\dots(1+r_{n-1,n})}$$

$$VP = \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{\prod_{i=1}^t (1+r_{i-1,i})}$$

Fórmulas útiles:

- Anualidad: Flujo constante C que se paga durante n años:

$$VP = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C}{(1+r)^n}$$

$$VP = C \times \frac{[(1+r)^n - 1]}{(1+r)^n \times r}$$

- Perpetuidad: Flujo constante C que se paga infinitamente

$$VP = \lim_{n \rightarrow \infty} C \times \frac{[(1+r)^n - 1]}{(1+r)^n \times r}$$

$$VP = \frac{C}{r}$$

1.3 Inflación y tasa de interés

- Inflación:
 - Es el aumento sostenido y generalizado del nivel de precios
 - Se mide a través del Índice de Precios al Consumidor (IPC), que refleja los cambios en el precio de una canasta de bienes y servicios. Dicha canasta representa el consumo promedio de las familias, y se estima a partir de la Encuesta de Presupuestos Familiares.
 - Poder adquisitivo del dinero: ¿Cuántas canastas puedo comprar con una determinada cantidad de dinero? Si hay inflación el poder adquisitivo cae.
- Tasa de interés nominal: mide el aumento en dinero, es decir, lo que se paga por sobre lo adeudado.
- Tasa de interés real: mide el aumento de poder adquisitivo

- Relación entre las tasas de interés real y nominal:

Sean:

- X: Cantidad de dinero disponible
- P: Precio de la canasta de bienes en período 0
- Q: Cantidad de canastas compradas
- C_0 : Índice de precios en período 0
- C_1 : Índice de precios en período 1
- i_n : Tasa de interés nominal
- i_r : Tasa de interés real

Inicialmente puede comprar:

$$Q_0 = \frac{X}{P}$$

Si presta X a una tasa i_n al final del período podrá comprar:

$$Q_1 = \frac{X (1 + i_n)}{\frac{C_1}{C_0} \times P} = \frac{X}{P} \times \frac{(1 + i_n)}{(1 + f)}$$

donde f es la tasa de inflación.

$$\frac{\Delta Q}{Q_0} = \frac{(1 + i_n)}{(1 + f)} - 1 = i_r$$

Finalmente,

$$(1 + i_r) = \frac{(1 + i_n)}{(1 + f)} \quad (\text{Ecuación de Fisher})$$

2. Fundamentos del Valor Presente Neto

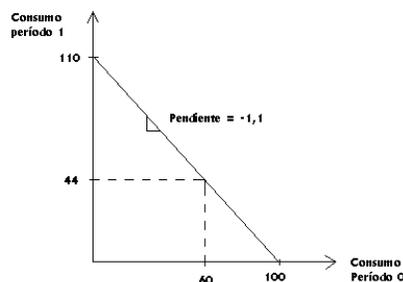
- Si r es el costo de oportunidad del inversionista y recibe n flujos al final de cada periodo F_1, F_2, \dots, F_n , el **valor Presente** de esos flujos será:

$$VP = \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{(1+r)^t}$$

- Dos ideas claves:
 - Un peso hoy vale más que un peso mañana
 - Un peso seguro vale más que un peso riesgoso
- Mostraremos que las alternativas con mayor Valor Presente Neto (VPN) son aquellas que maximizan la riqueza.

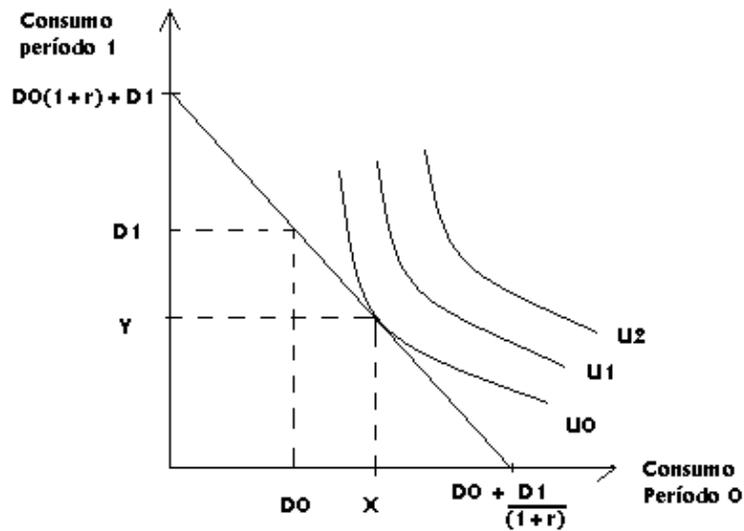
Caso 1: Selección de un patrón de consumo

- Supongamos que una persona recibe un ingreso de \$100 este año y nada el próximo. Además, se puede prestar y pedir prestado a una tasa del 10%.
- Si ahorra todo el ingreso, en el período 1 podrá consumir 110.
- Podrá ubicarse en cualquier punto a lo largo de la recta, postergando consumo presente.



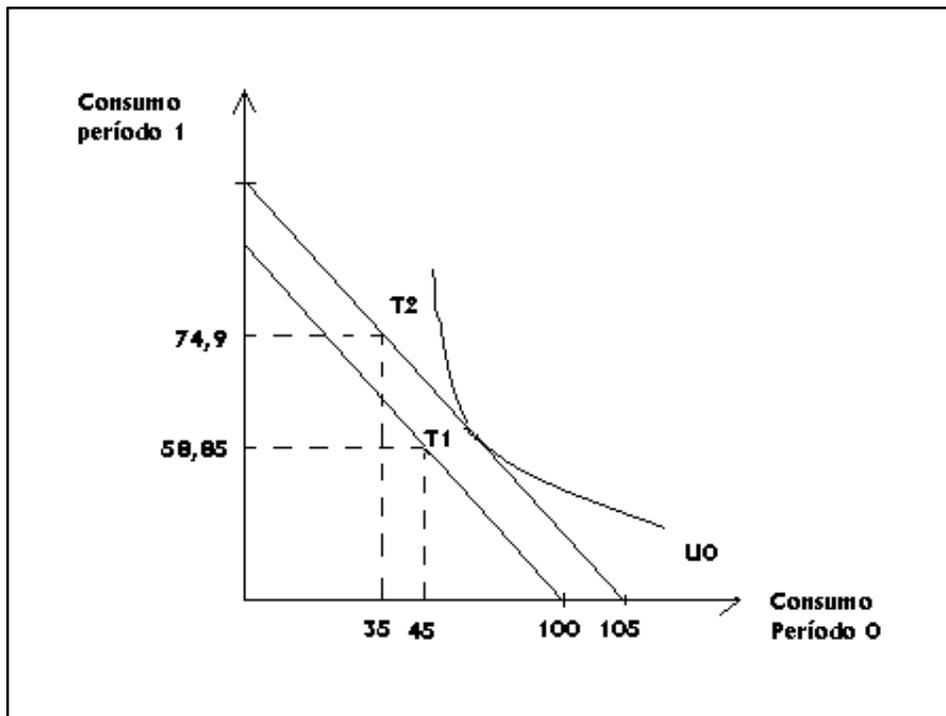
Caso 2: Medición de la riqueza

- Una persona percibe un ingreso D_0 este año y recibirá D_1 el próximo, y puede prestar o pedir prestado a una tasa r .
- Su decisión de consumo intertemporal dependerá de sus preferencias, las que se pueden representar por un mapa de curvas de indiferencia.
- Cada persona prestará o pedirá prestado hasta que $(1+r)$ sea igual a la tasa marginal de preferencia intertemporal.
- Por convención, se usa la intersección con el eje horizontal para representar la riqueza del individuo:
¿Cuánto puede consumir hoy si se priva de todo consumo futuro? = VP de los ingresos.



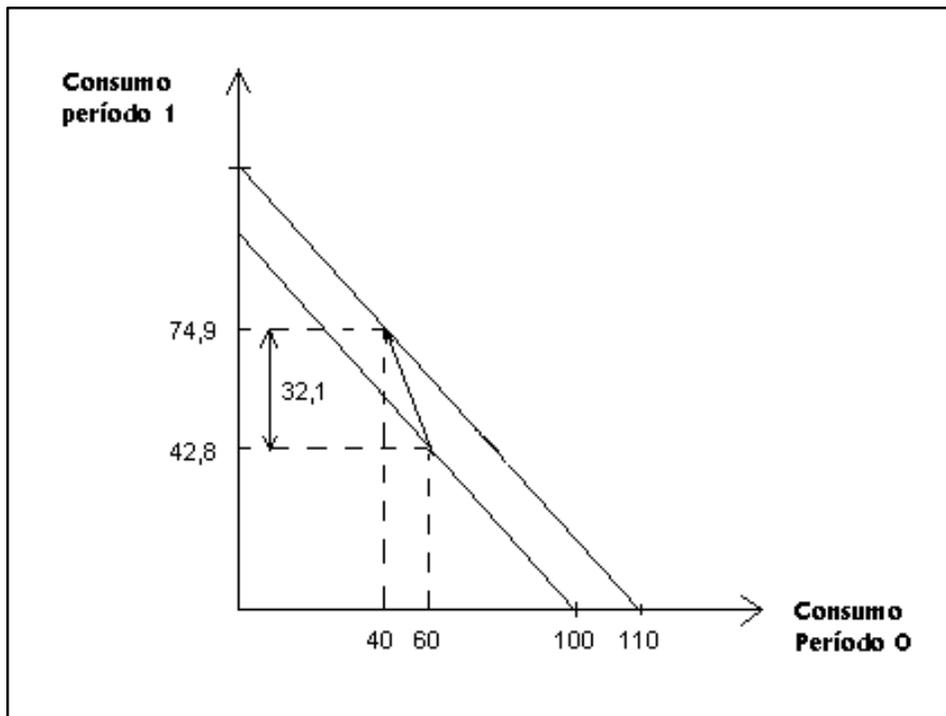
Caso 3: Selección de un patrón de ingreso.

- Una persona recibe dos ofertas de trabajo: La primera, ofrece un sueldo de 45 este año y 58,85 el próximo. La segunda, le reportará 35 y 74,9, respectivamente. Esta persona desea consumir 40 este año. ¿Qué trabajo debe elegir?
- Si no existe mercado de capitales, debe escoger la primera alternativa. Si existe un mercado de capitales ($r=7\%$), escogerá la segunda, pues tiene mayor VP.
- “En presencia de un mercado de capitales, las decisiones de trabajo son independientes de las preferencias individuales de consumo”

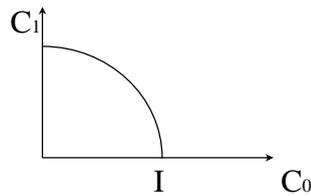


Caso 4: Aceptar o rechazar una inversión

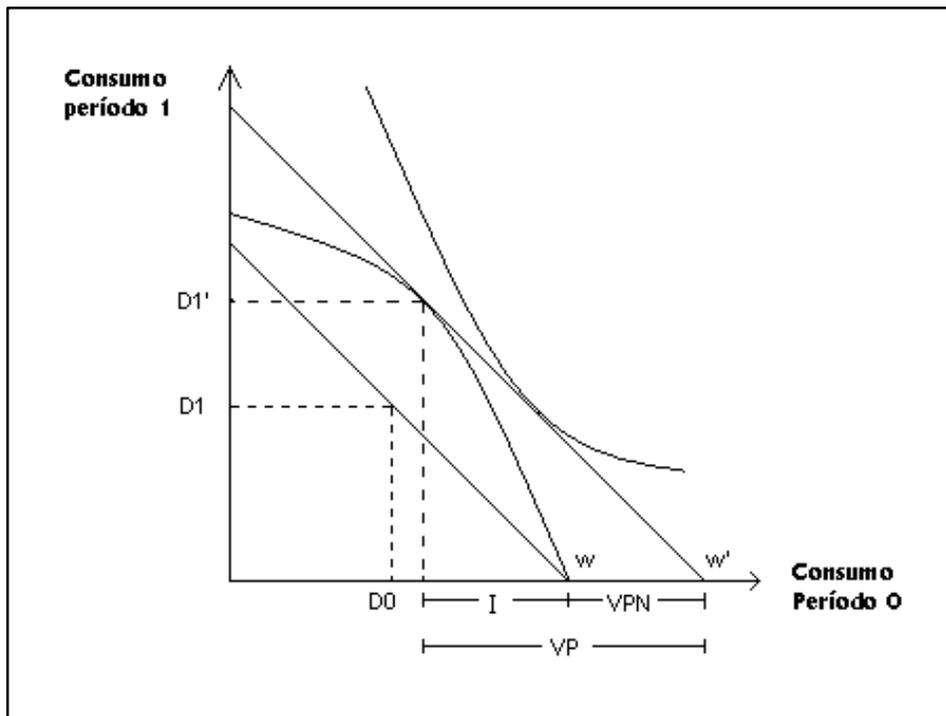
- Una persona recibirá un ingreso de \$60 este año y \$42,8 el próximo
- Se puede prestar y pedir prestado a una tasa del 7%
- Tiene la posibilidad de invertir \$20 este año en un negocio que le reportará ganancias por \$32,1 el próximo. ¿Conviene invertir?
- Sí, porque la riqueza aumenta de 100 a 110
 $W_1 = 60 + 42,8/1,07 = 100$; $W_2 = 40 + 74,9/1,07 = 110$
 $\Delta W = -20 + 32,1/1,07 = 10$
- Otro criterio es la rentabilidad de la inversión:
Rentabilidad = $(32,1-20)/20 = 60,5\% > 7\%$



- Las posibilidades de inversión se pueden representar por una curva que llamaremos “frontera de posibilidades de inversión”.



- Primero se invertirá en los proyectos más rentables. Pero ¿cuánto debe invertir esta persona?
- Debe invertir hasta que la rentabilidad de la última inversión iguale a la rentabilidad del mercado de capitales
 - Si la rentabilidad es mayor que la tasa de interés, puede pedir prestado y ganar la diferencia.
 - Si la rentabilidad es menor que la tasa de interés, conviene invertir en el mercado de capitales.



- “La decisión de cuánto invertir es también independiente de las preferencias individuales de consumo presente y futuro”
- Nótese que, en ausencia de impuestos y con un mercado de capitales perfecto, el valor presente del proyecto puro debe ser igual al del proyecto financiado.

- En resumen, tenemos dos criterios:
 - Criterio del VPN
 - Criterio de la tasa de rentabilidad
- ¿Qué pasa cuando hay costos de transacción?
 - Una tasa de interés para prestar y otra para endeudarse
 - Nos movemos a lo largo de dos rectas
- Dos conclusiones importantes:
 - La tarea de los directivos es maximizar el VPN. No les interesa para nada los gustos personales de los accionistas
 - El ahorrativo y el consumista tomarán las mismas decisiones de inversión.

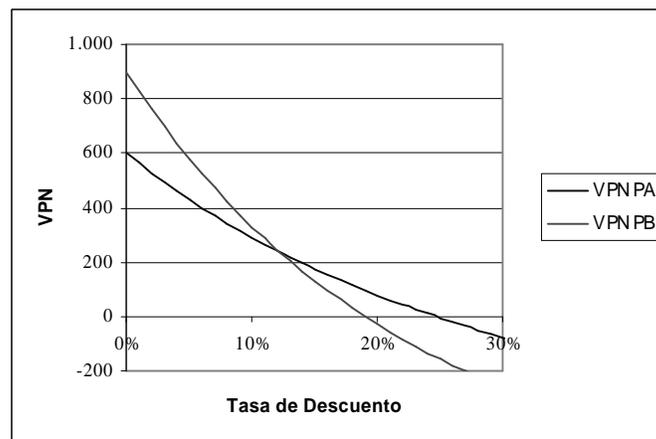
3. Algo más sobre el VPN

- El costo de oportunidad puede cambiar año a año, entonces la fórmula más general es:

$$VP = \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{\prod_{i=1}^t (1 + r_{i-1,i})}$$

- Criterio de decisión:
 - VPN > 0: Conviene hacer el proyecto
 - VPN = 0: Indiferente
 - VPN < 0: No conviene hacer el proyecto
- Si a un proyecto se le exige una tasa de descuento mayor, el VPN se reduce. Hay proyectos más sensibles que otros a variaciones en la tasa de descuento.

Proyecto	0	F1	F2	F3	F4	F5
A	-1.000	700	300	200	100	300
B	-1.000	100	300	300	300	900



- Algunas características fundamentales del VPN son las siguientes:
 - Reconoce que un peso hoy vale más que un peso mañana
 - Depende únicamente del flujo de caja y el costo de oportunidad
 - Propiedad aditiva: $VPN (A+B) = VPN (A) + VPN (B)$
 - No sólo permite reconocer un proyecto bueno, sino que también permite comparar proyectos

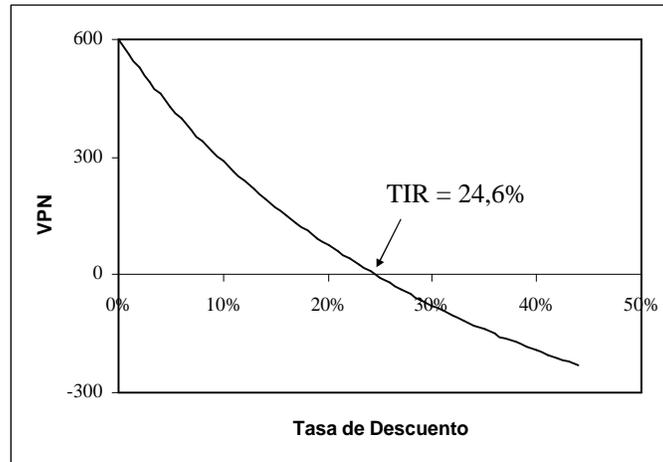
4. Tasa Interna de Retorno

- La TIR trata de medir la rentabilidad de un proyecto o activo. Representa la rentabilidad media intrínseca del proyecto.
- Se define como aquella tasa a la cual se hace cero el valor presente neto.

$$VPN = -I + \sum_{t=1}^n \frac{F_t}{(1 + TIR)^t} = 0$$

- Criterio de decisión: un proyecto debe ser elegido si la TIR es mayor que el costo de oportunidad del capital.

F0	F1	F2	F3	F4	F5
-1.000	700	300	200	100	300

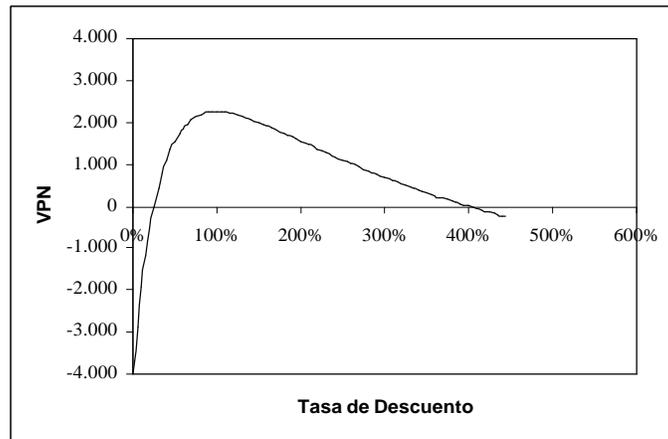


Defectos como indicador de bondad de un Proyecto:

a) Puede haber más de una TIR.

- Si se trata de proyectos simples (un solo cambio de signo en los flujos) habrá una sola TIR
- Si hay dos o más cambios de signo pueden existir varias tasas para las que el VPN es cero, en cuyo caso el indicador pierde sentido.
- También hay proyectos para los que no existe TIR. Por ejemplo, cuando todos los flujos son positivos.

Proyecto	F0	F1	F2
C	-4.000	25.000	-25.000



b) Proyectos mutuamente excluyentes

Proyecto	F0	F1	TIR	VPN (10%)
D	-1.000	2.000	100%	818
E	-20.000	25.000	25%	2.727

- ¿Cuál proyecto es mejor? El proyecto E tiene mayor VPN y por tanto es mejor. Sin embargo, tiene menor TIR, lo que podría inducir a engaño.
- El problema es que las inversiones son distintas. Una forma de corregir este problema es calculando una TIR ajustada para el proyecto D:

$$TIR_{D_ajustada} = \frac{1.000 * (1 + 1) + 19.000 * (1 + 0,1)}{20.000} - 1 = 14,5\%$$

c) Proyectos con distinta vida útil

- La TIR representa la rentabilidad promedio del proyecto. No es lo mismo tener una TIR de 20% para un proyecto de 3 años que para otro de 5 años.
- Consecuencia: La TIR no permite comparar proyectos con distinta vida útil, aún cuando la inversión sea la misma.

Proyecto	F0	F1	F2	F3	F4	F5	TIR	VPN (10%)
F	-1.000	2.000	0	0	0	0	100%	818
G	-1.000	600	600	600	600	600	53%	1.274

- Una forma de corregir el problema anterior es calculando una TIR ajustada para el proyecto F. Para ello suponemos que se reinvierten los flujos de caja al 10% (costo de oportunidad) hasta el quinto año.

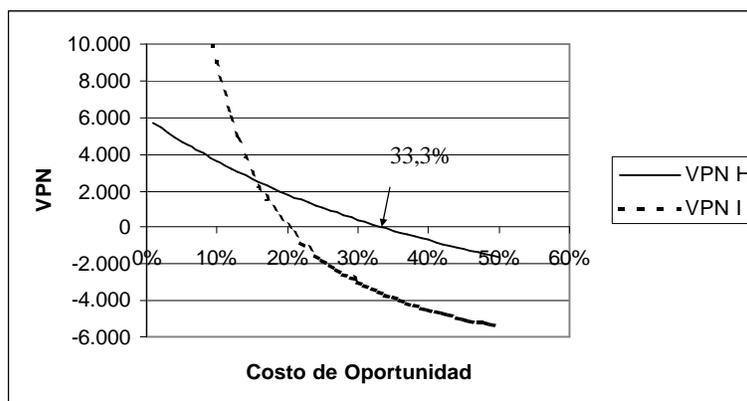
Proyecto	F0	F1	F2	F3	F4	F5	TIR	VPN (10%)
F Ajustado	-1.000	0	0	0	0	2.928	23,97%	818,18
G	-1.000	600	600	600	600	600	53%	1.274

- Nótese que el VPN no cambia. El VPN no introduce sesgos cuando los proyectos tienen diferentes vidas útiles y son irrepetibles.

d) El costo de oportunidad del capital varia en el tiempo.

- Habíamos dicho que la tasa de descuento o costo de oportunidad del dinero puede cambiar en cada período. En tal situación surge el problema de con qué tasa comparamos la TIR

Proyecto	F0	F1	F2	F3	F4	F5	etc	TIR	VPN (10%)
H	-9.000	6.000	5.000	4.000	0	0		33%	3.592
I	-9.000	1.800	1.800	1.800	1.800	1.800	20%	9.000
J		-6.000	1.200	1.200	1.200	1.200	20%	6.000



5. Período de Recuperación del Capital (PRC)

- Muchas empresas desean que las inversiones que realizan sean recuperadas no más allá de un cierto número de años.
- El PRC se define como el primer período en el cual el flujo de caja acumulado se hace positivo.

$$PRC = \text{MIN} \left\{ T / F_0 + \sum_{t=1}^T F_t \geq 0 \right\}$$

Proyecto	F0	F1	F2	F3	F4	F5	PRC	VPN (10%)
A	-1.000	200	400	500	500	300	3	416
B	-1.000	1.100	200				1	165
C	-2.000	1.000	1.000	5.000			2	3.492
D	-2.000	0	2.000	5.000			2	3.409
E	-2.000	1.000	1.000	100.000			2	74.867

- Deficiencias del PRC
 - No dice nada respecto del aporte de riqueza que hace el proyecto
 - No considera el costo de oportunidad del capital
 - No asigna valor a los flujos posteriores al PRC
 - Da la misma ponderación a los flujos anteriores al PRC
- Consecuencias:
 - No permite jerarquizar proyectos en forma eficiente
 - Debe ser usado sólo como un indicador secundario
- Un indicador superior a este es el PRC descontado:

$$PRC = \text{MIN} \left\{ T / F_0 + \sum_{t=1}^T \frac{F_t}{(1+r)^t} \geq 0 \right\}$$

6. Rentabilidad Contable Media (RCM)

- Se define como el cociente entre la utilidad contable promedio y el valor contable promedio de la inversión.
- Problemas
 - No considera el valor del dinero en el tiempo (usa promedios)
 - Se basa en la rentabilidad y no en el flujo de caja (sujeto a los criterios del contador)
 - ¿Con qué se compara la RCM?

	F0	F1	F2	F3
Ingresos	0	12.000	10.000	8.000
Costos	0	-6.000	-5.000	-4.000
Depreciación	0	-3.000	-3.000	-3.000
UAI	0	3.000	2.000	1.000
Impuesto	0	-450	-300	-150
UDI	0	2.550	1.700	850
Depreciación	0	3.000	3.000	3.000
Inversión	-9.000	0	0	0
Flujo de Caja	-9.000	5.550	4.700	3.850
Utilidad Contable Media = $(2.550 + 1.700 + 850)/3 =$				1.700
Inversión Contable Media = $(9.000 + 6.000 + 3.000 + 0)/4 =$				4.500
RCM = $1.700/4500 =$				37,8%

7. Índice de Rentabilidad (Razón Beneficio/Costo)

- Se define como el valor presente de los flujos de caja presupuestados dividido por el valor de la inversión inicial (VP/I).
- El criterio es aceptar proyectos con un índice de rentabilidad mayor que 1 (VP>I). Conduce a la misma decisión que el VPN.
- Al igual que la TIR, puede conducir a errores cuando estamos frente a proyectos excluyentes.
- Es un indicador útil para elegir entre proyectos no excluyentes cuando hay restricciones de presupuestarias.

Proyecto	F0	F1	F2	VPN (10%)	VP (10%)	IR
A	-10.000	13.000	1.500	3.058	13.058	1,306
B	-5.000	1.500	7.000	2.149	7.149	1,430
C	-5.000	3.000	5.000	1.860	6.860	1,372

- En este ejemplo, si tenemos un presupuesto de 10.000 para invertir, debemos escoger aquellos con mayor IR, es decir, B y C, aún cuando individualmente tengan un VPN más bajo que A.

8. Indicadores para Proyectos Repetibles

- En ocasiones los inversionistas se ven enfrentados a proyectos que se pueden repetir periódica e indefinidamente. Es decir, al cabo de la vida útil del mismo es posible repetir la inversión y obtener los mismos flujos.
- El problema que surge es cómo proceder en la comparación de dos o más proyectos con diferentes vidas útiles, en donde al menos uno de ellos es repetible.
- Vamos a analizar tres indicadores, que son derivaciones del VPN.

a) VPN compuesto (o al infinito)

- Supongamos que nos enfrentamos a un proyecto repetible que requiere una inversión F_0 y que genera n flujos F_t .
- Si queremos comparar este proyecto con otro no repetible, o con uno repetible pero con distinta vida útil, debemos calcular el VPN de los flujos de los sucesivos proyectos, hasta el infinito.
- Una forma práctica de hacer esto es calcular el VPN de la corriente infinita de VPNs, lo que denominaremos VPS.

$$VPS = VPN_{\text{ciclo}} \cdot \frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

b) Beneficio Anual Uniforme Equivalente (BAUE)

- Una posibilidad para comparar proyectos repetibles de diferente vida útil, es recurrir al Factor de Recuperación del Capital y distribuir el VPN de cada proyecto con la tasa de costo de oportunidad del dinero en n cuotas iguales, siendo n el número de períodos de vida útil de cada proyecto.
- La cuota así determinada se denomina BAUE.
- El criterio es elegir el proyecto con mayor BAUE.

$$BAUE = VPN \cdot \frac{(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1}$$

c) Costo Anual Uniforme Equivalente

- En algunas ocasiones se presentan proyectos repetibles que producen los mismos ingresos y difieren entre sí sólo en los costos de inversión y operación. En este caso conviene distribuir el valor presente de los costos en n cuotas iguales.
- La cuota así determinada se denomina CAUE.
- El criterio es elegir el proyecto con el menor CAUE.

$$CAUE = VPN_{\text{costos}} \cdot \frac{(1+r)^n \cdot r}{(1+r)^n - 1}$$